

Nasz świat w wykresach

Filip Wolniewski

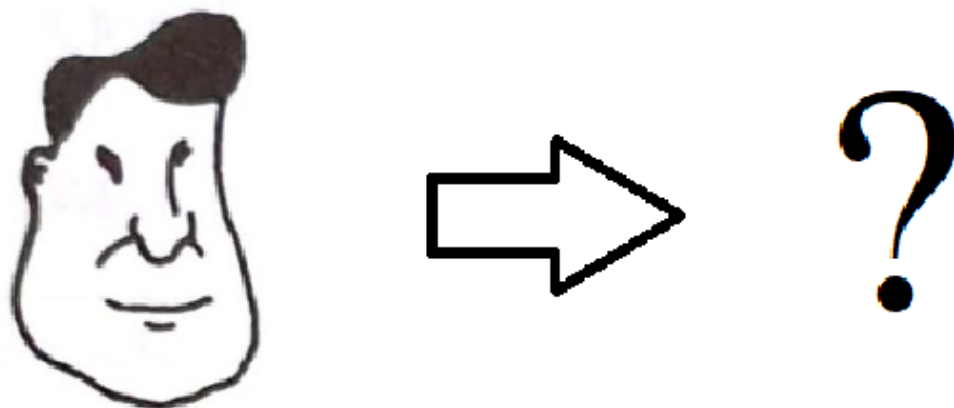
Uniwersytet Wrocławski

14 września 2024

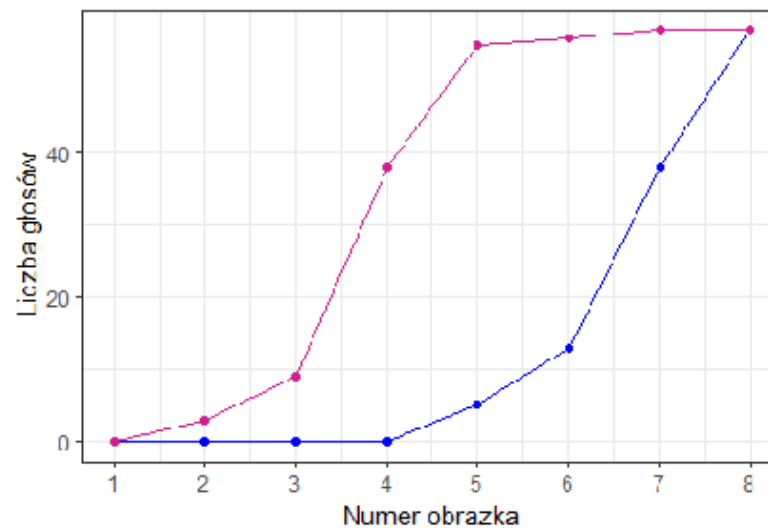
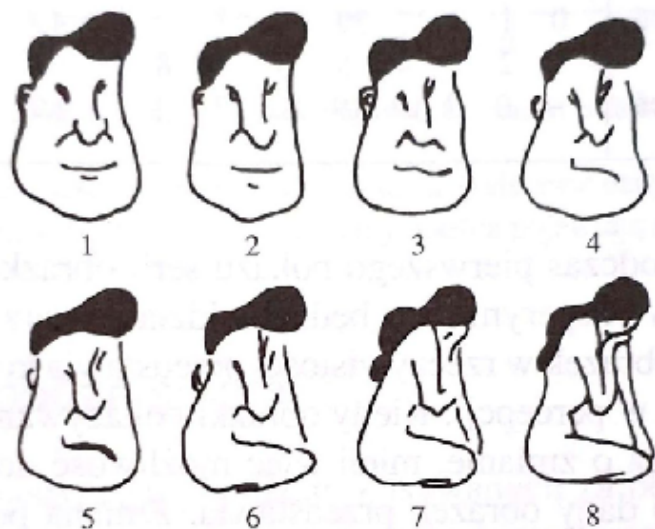
1. Obróbka danych

Seria obrazków i zmiana postrzegania

- Histereza - wielkość opisująca układ zależy nie tylko od obecnych warunków, ale od historii tego układu.



Seria obrazków i zmiana postrzegania

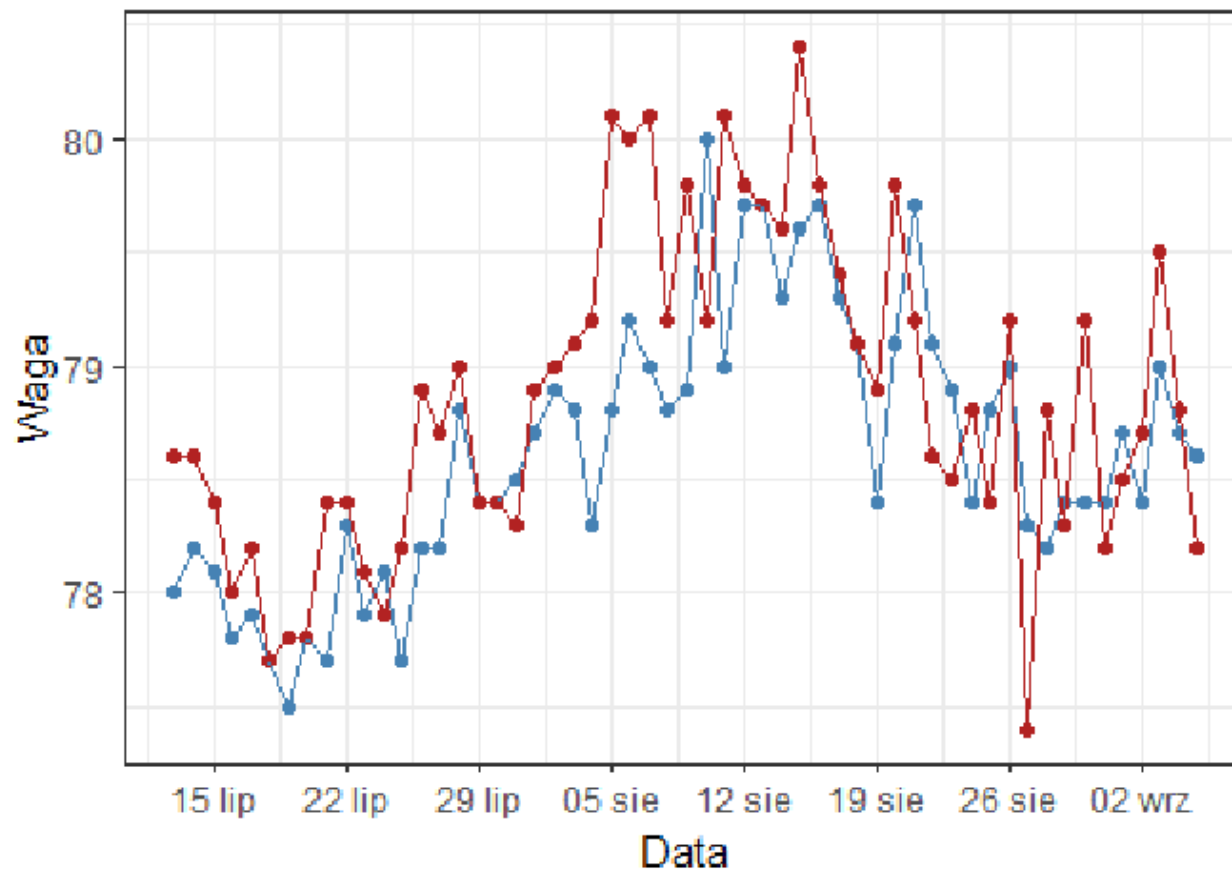


- Aby lepiej zobaczyć, jak dane zachowują się w czasie, możemy posłużyć się średnią arytmetyczną:

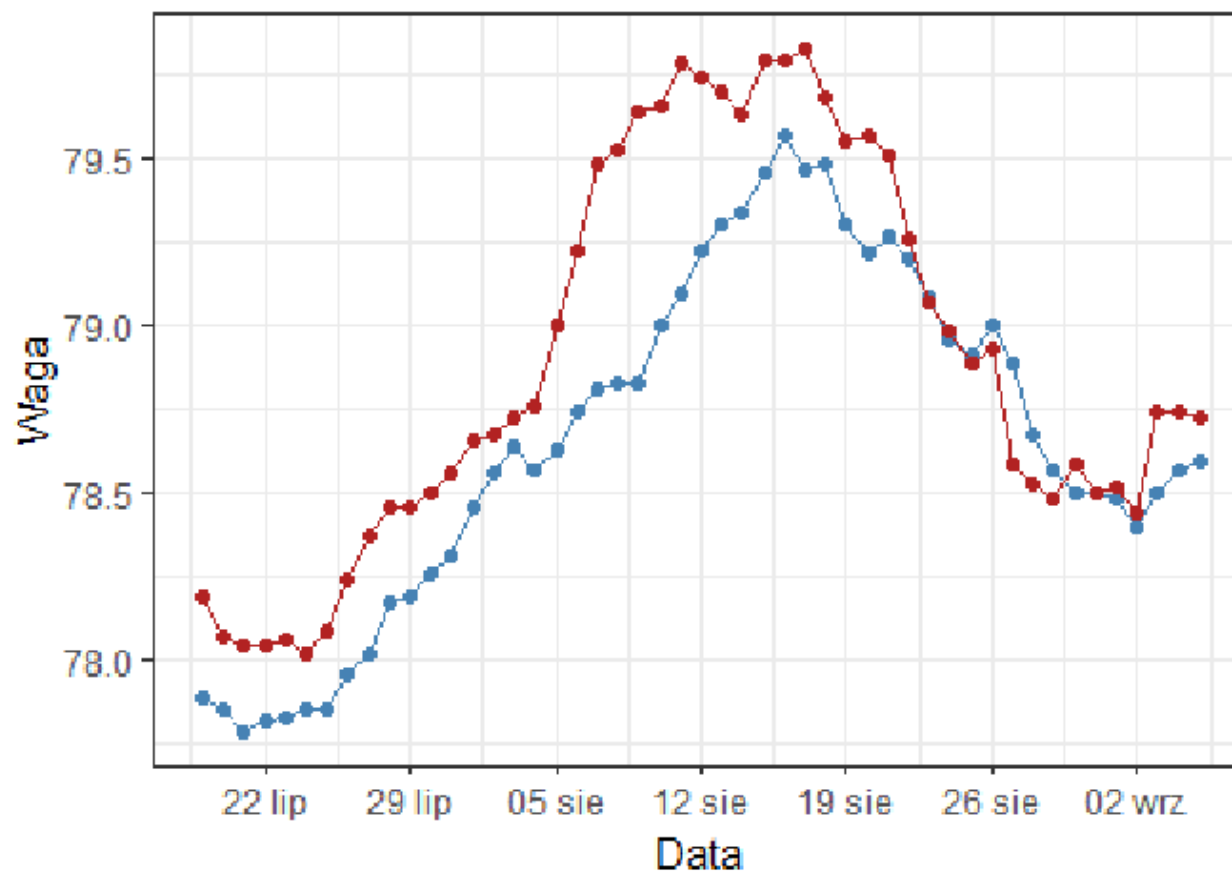
$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7}.$$

- Wygładzenie i odszumienie danych
- Średnia arytmetyczna nie sprawdza się przy obserwacjach odstających.

Czyste dane



Średnia tygodniowa



2. Korelacja

Czy wiek ma znaczenie?

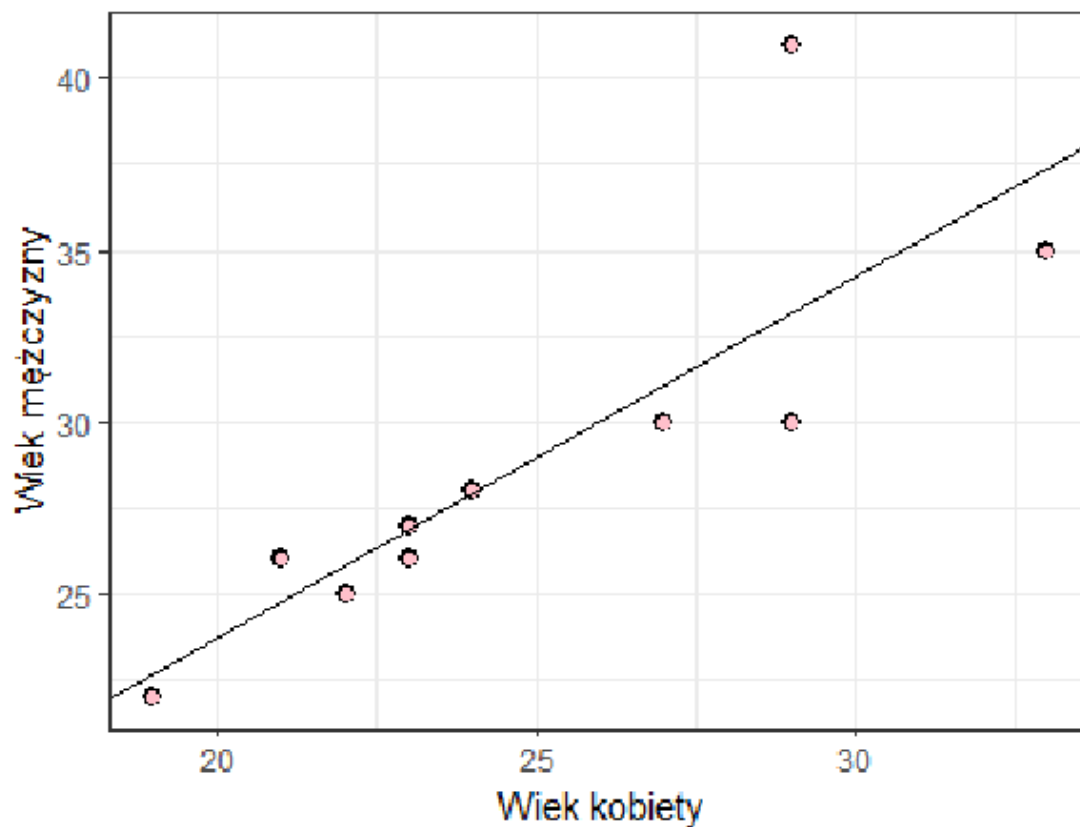
- Wylosowano 10 par zawierających związek małżeński i otrzymano dla nich następujące dane o wieku (w latach) kobiety i mężczyzny

wiek kobiety	23	24	29	27	33	29	19	22	21	23
wiek mężczyzny	27	28	30	30	35	41	22	25	26	26

Zweryfikować hipotezę, że istnieje dodatnia korelacja między wiekiem osób zawierających małżeństwo.

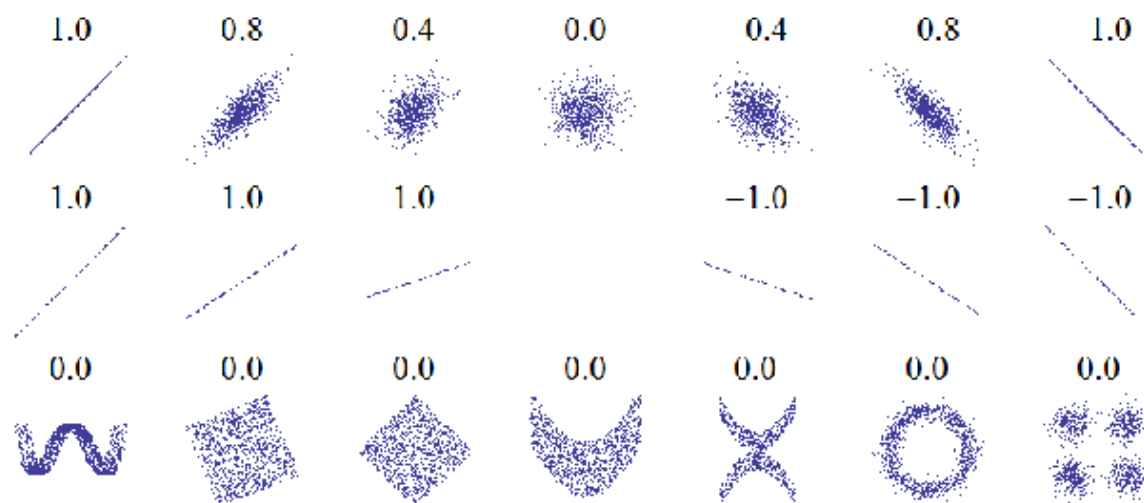
- Możemy spróbować na własną rękę zebrać takie dane.

Czy wiek ma znaczenie?



Współczynnik korelacji Pearsona

- Współczynnik korelacji liniowej Pearsona – współczynnik określający poziom zależności liniowej między zmiennymi losowymi.



- Korelacja \neq przyczynowość

3. Prawdopodobieństwo i losowość

Pole obszaru a krople deszczu

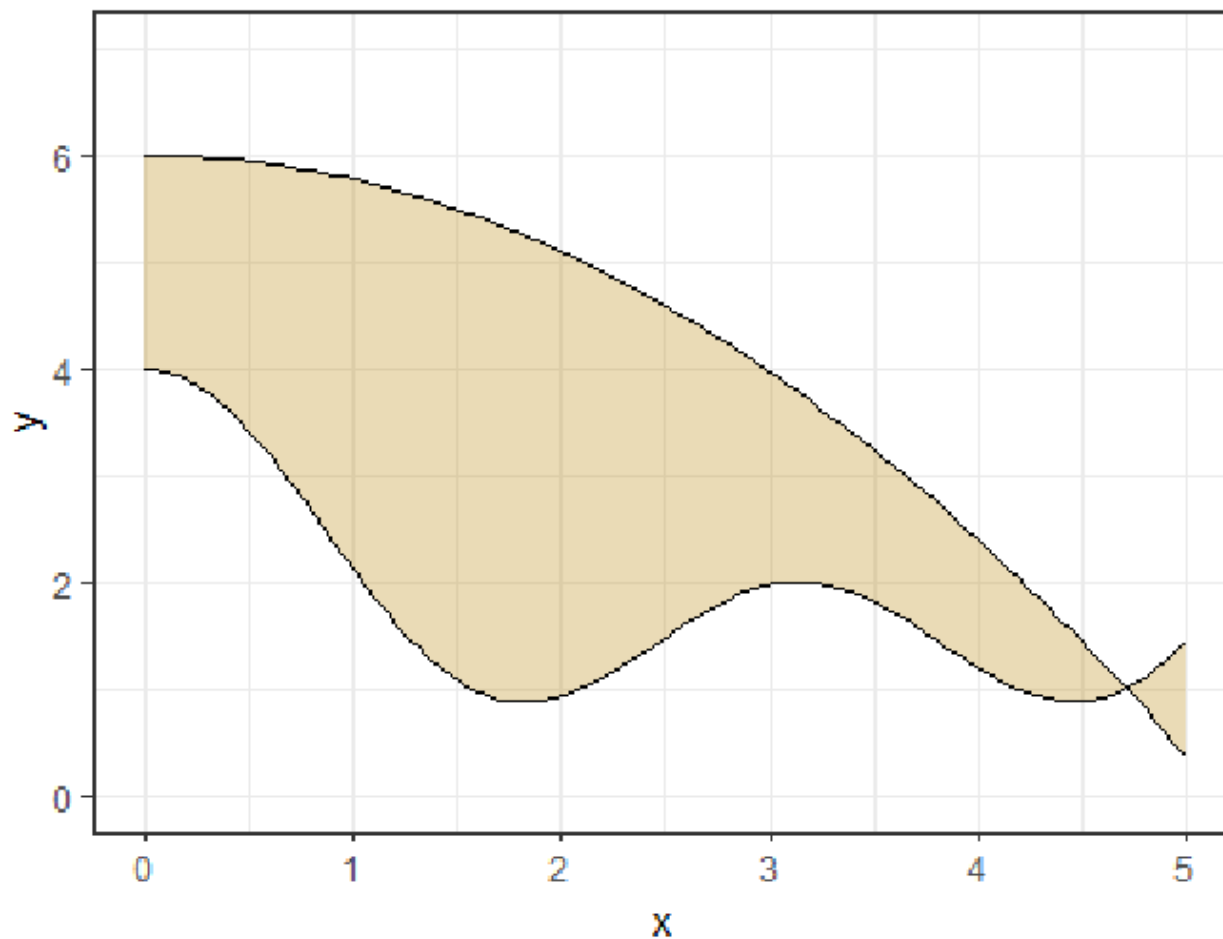
- Rozważamy obszar, którego pole P_{\square} potrafimy obliczyć, np. prostokąt.
- Chcemy oszacować pole obszaru P zawartego w tym prostokącie.
- Korzystamy ze związku:

$$\frac{P}{P_{\square}} = \frac{\text{liczba uderzeń w obszar}}{\text{liczba uderzeń w prostokąt}},$$

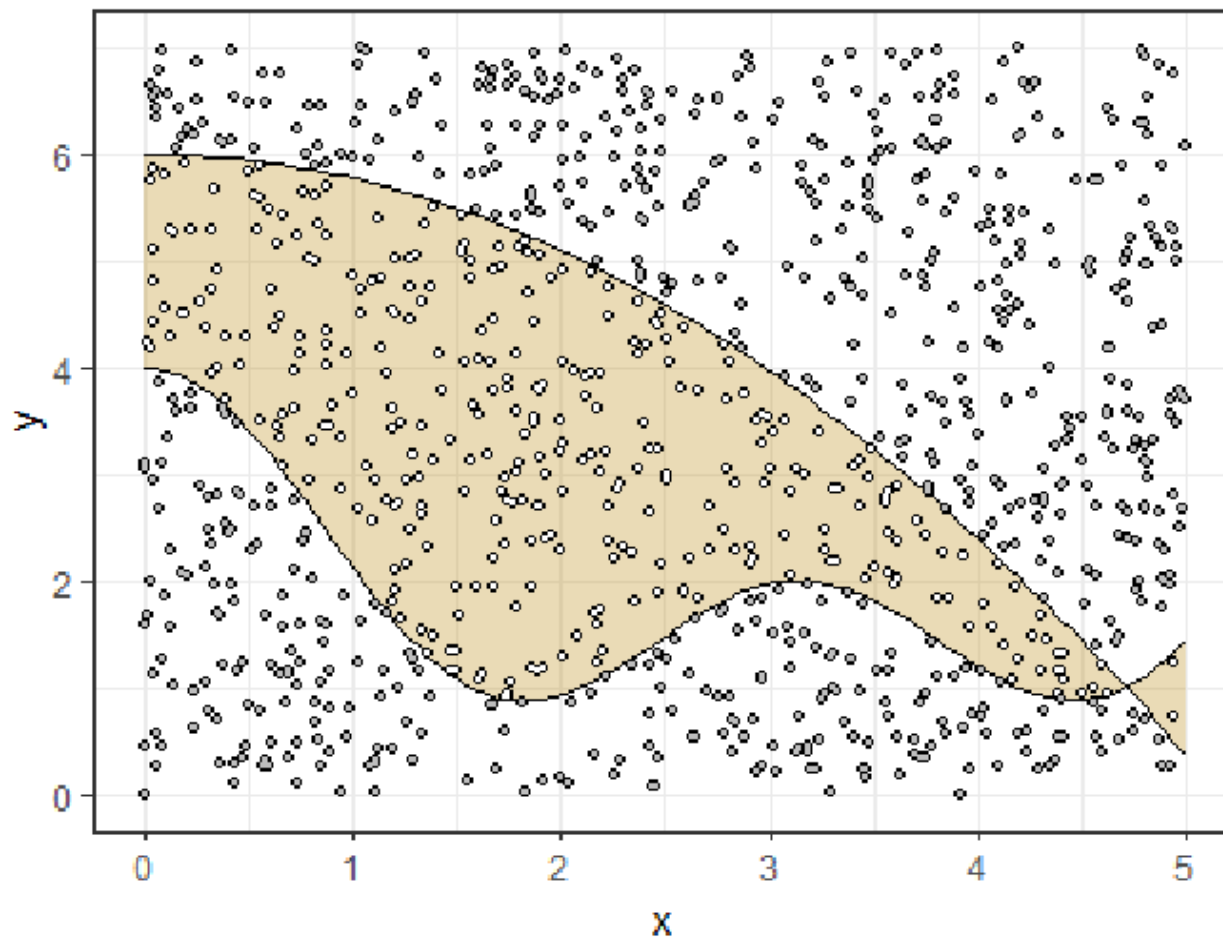
czyli:

$$P = P_{\square} \cdot \frac{\text{liczba uderzeń w obszar}}{\text{liczba uderzeń w prostokąt}}.$$

Szukany obszar



Bombardowanie

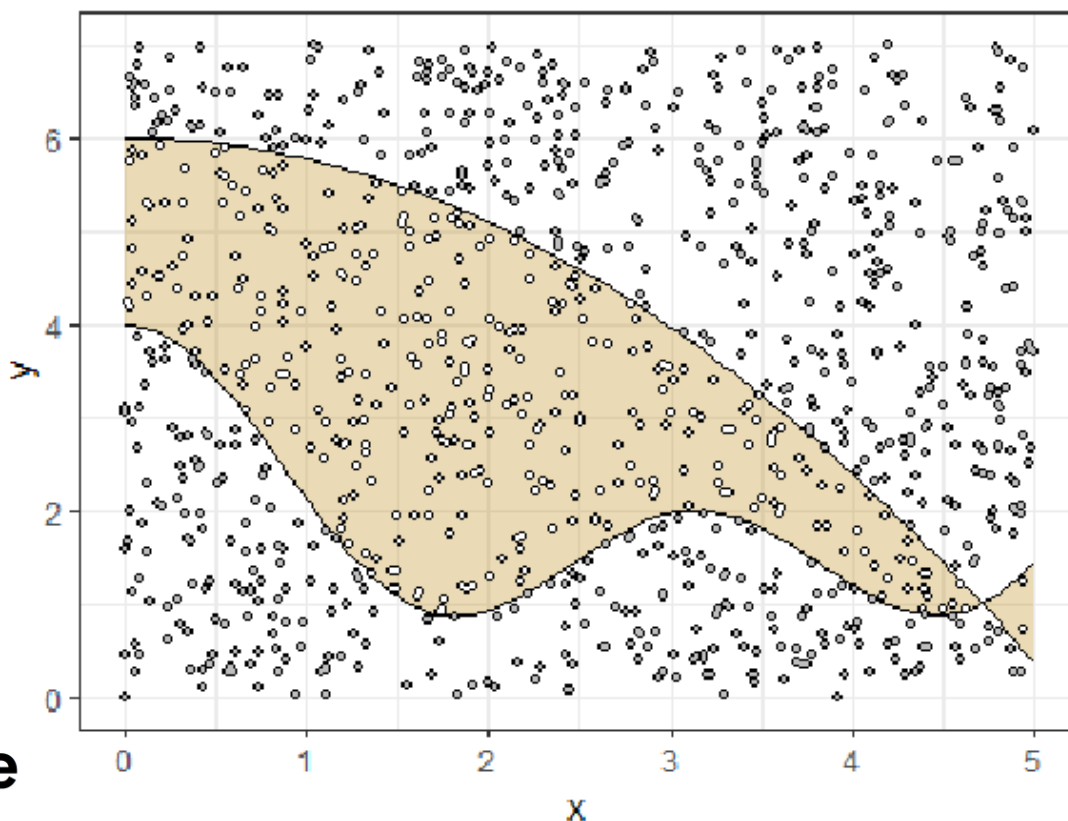


Rozwiązanie

- Obliczamy pole:

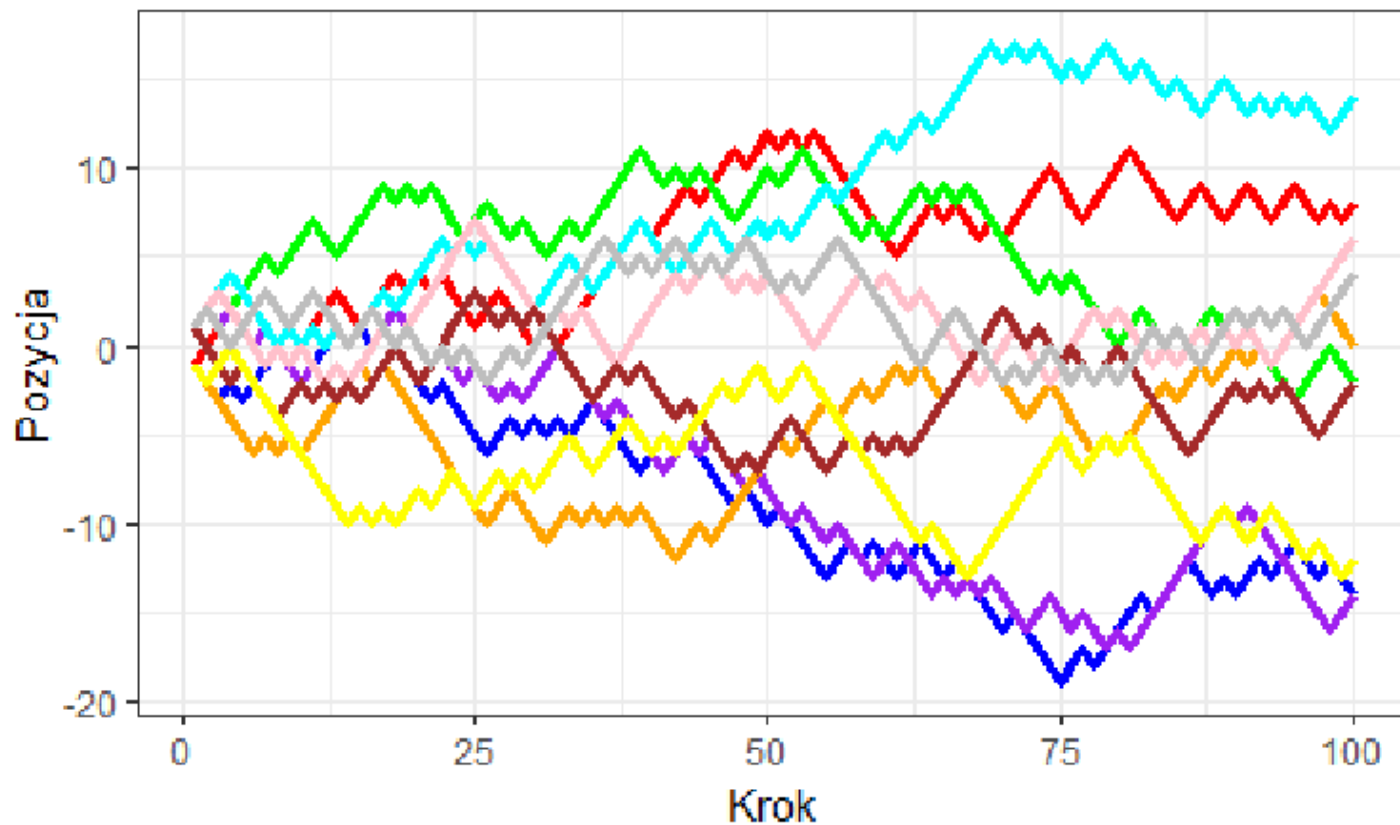
$$P = P_{\square} \cdot \frac{\text{liczba uderzeń w obszar}}{\text{liczba uderzeń w prostokąt}} = 5 \cdot 7 \cdot \frac{335}{1000} = 11.725$$

- Dla 10000 uderzeń: 12.201. Prawdziwa wartość: 12.142



- Rozważamy pijaka poruszającego się losowo w lewą lub w prawą stronę.
- Dokąd dojdzie pijak po danej liczbie kroków?
- Jak często pijak kończył spacer w danej pozycji?

Pozycja pijaka w kolejnych krokach
dla 10 spacerów



Częstość końcowych pozycji

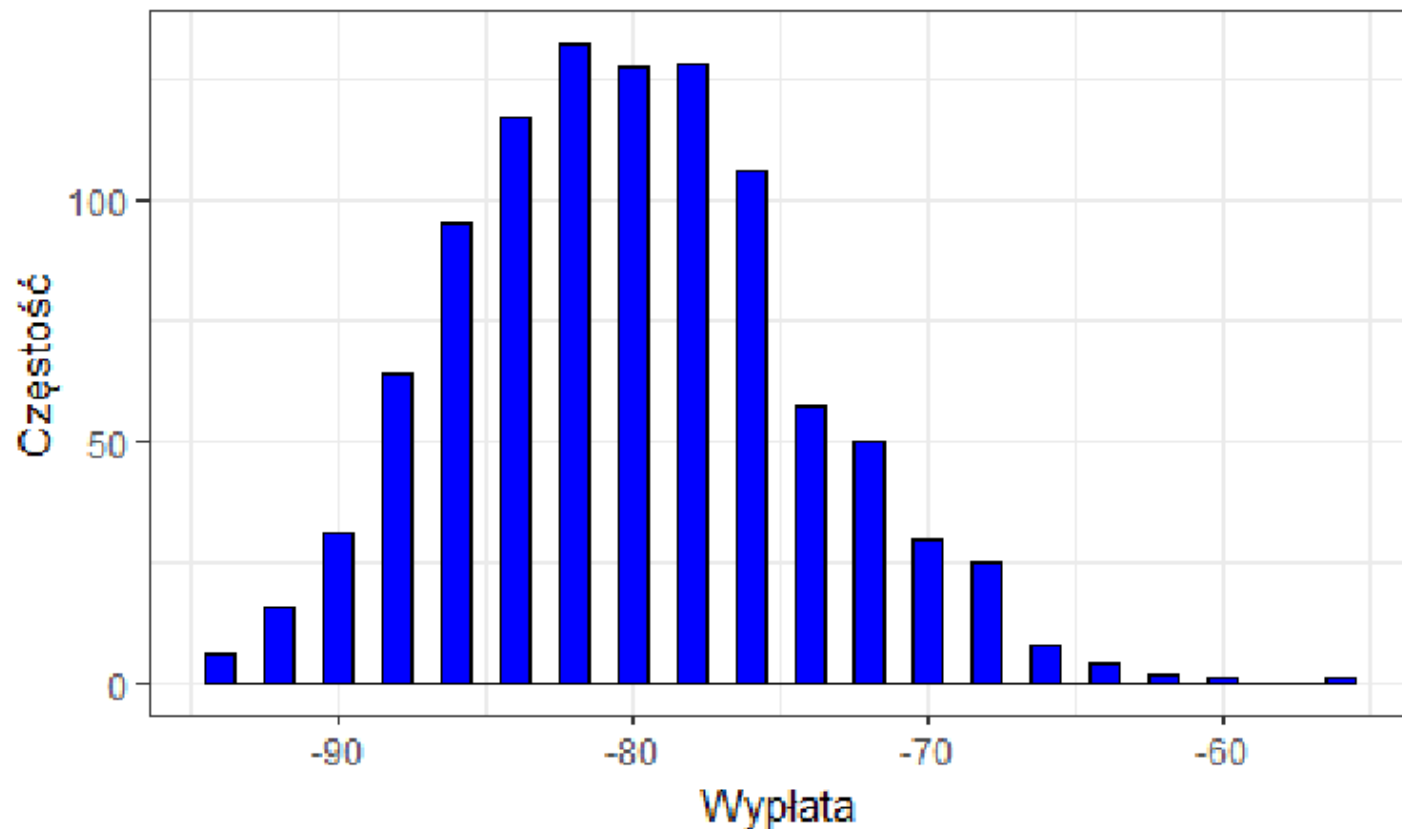
1000 spacerów po 100 kroków



- Rzut monetą: $+1$ orzeł, -1 reszka.
- Ruina gracza.
- Teoria grafów (np. sieć kontaktów telefonicznych).
- Model urnowy Polya.
- Proces dyfuzji.
- Problem kolejkowy (np. stosunek przylotów i odlotów).

Częstość końcowych wypłat

1000 prób po 100 gier z p-stwem wygranej: 0.1.



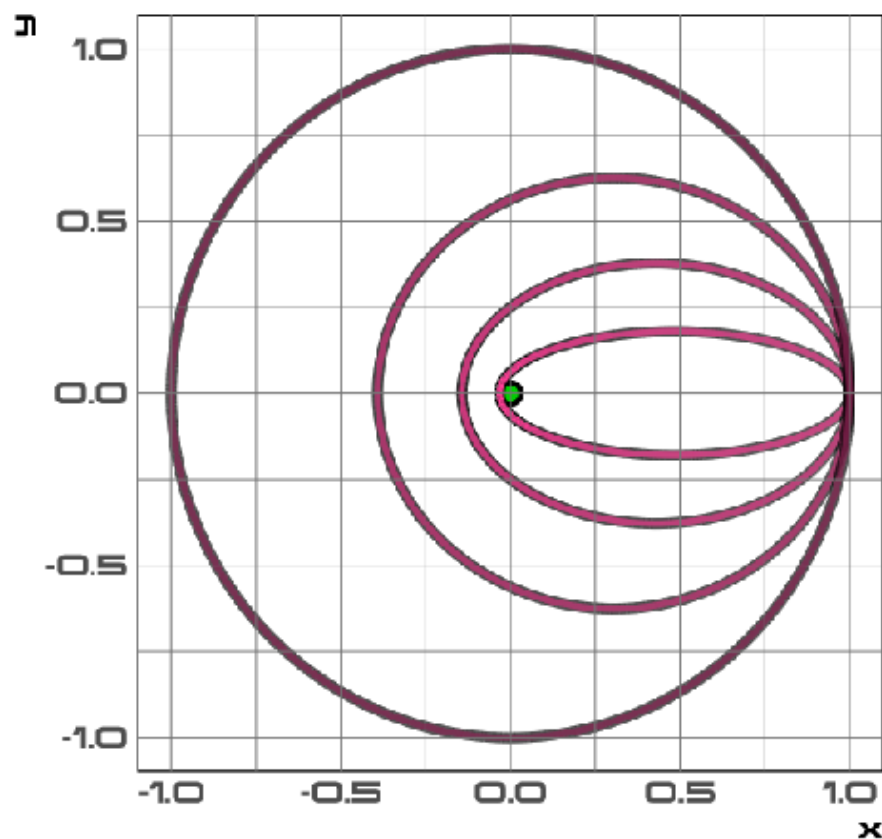
4. Orbity planet

- Dwa obiekty oddziałują na siebie siłą grawitacji:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Jak orbita planety zależy od jej prędkości?
- Kiedy planeta opuści układ planetarny?

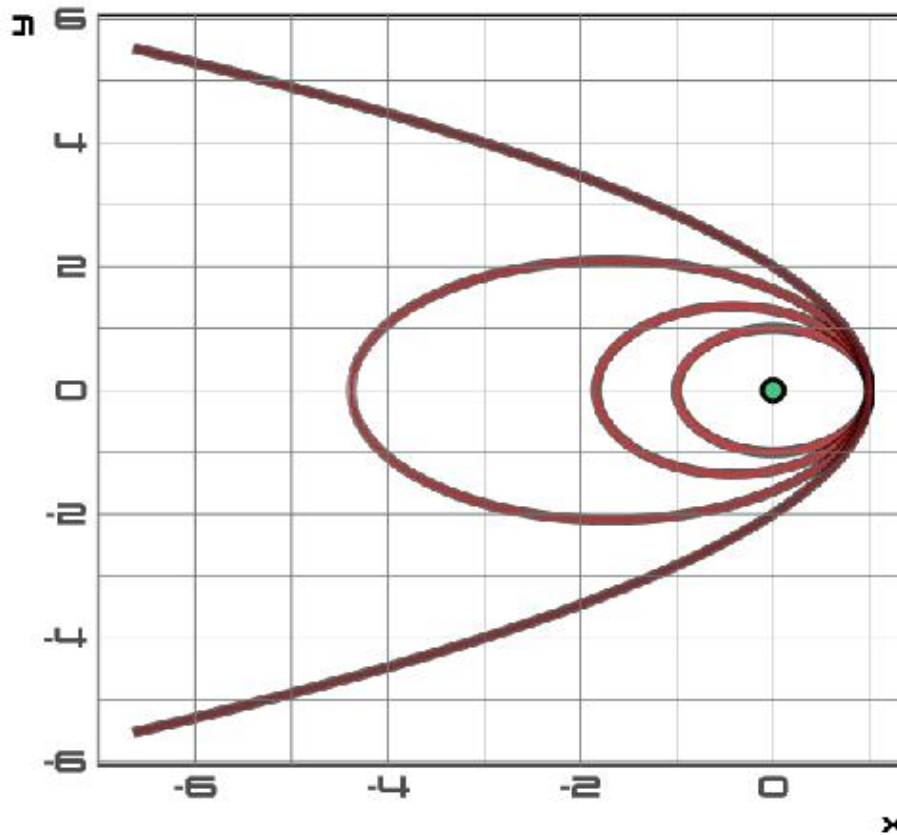
Pierwsza prędkość kosmiczna



Initial conditions:

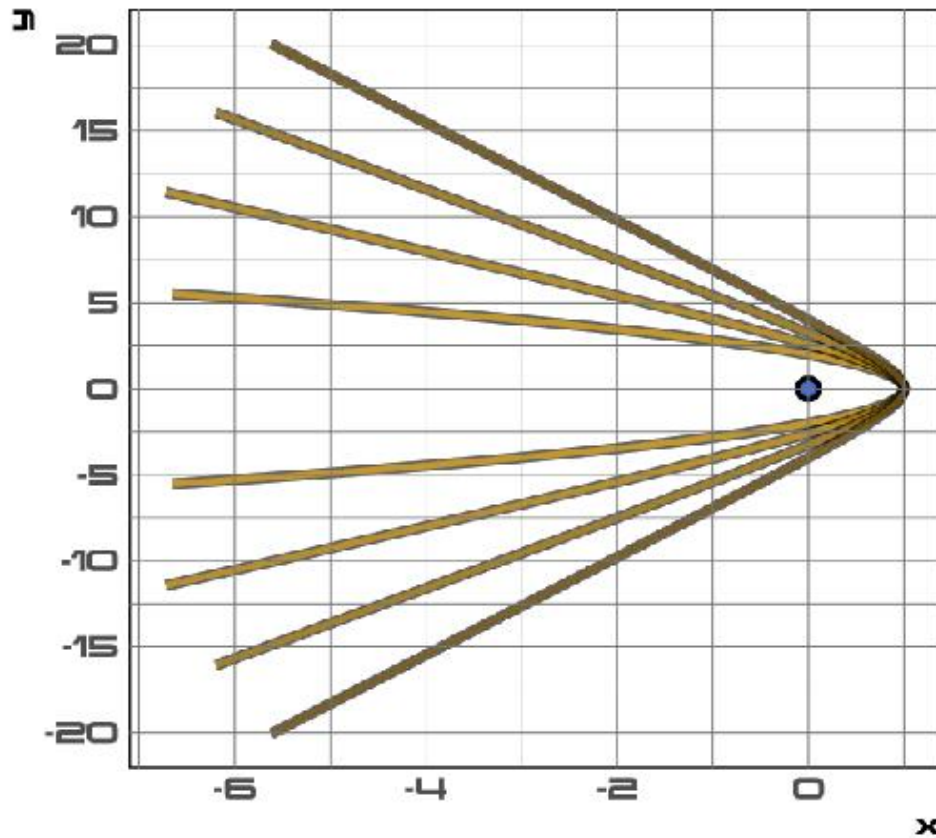
- $v_{y0} = 0.25, E = -0.97$
- $v_{y0} = 0.5, E = -0.88$
- $v_{y0} = 0.75, E = -0.72$
- $v_{y0} = 1, E = -0.5$

Druga prędkość kosmiczna



Initial conditions:

- $v_{y0} = 1, E = -0.5$
- $v_{y0} = 1.14, E = -0.35$
- $v_{y0} = 1.28, E = -0.19$
- $v_{y0} = 1.41, E = 0$



Initial conditions:

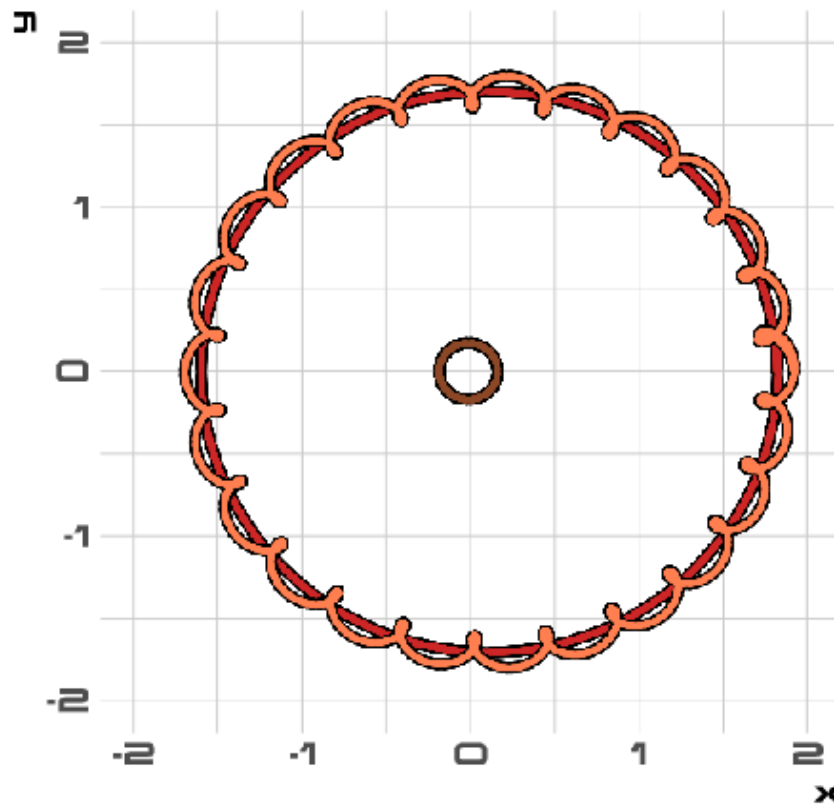
Light yellow $v_{y0} = 1.41, E = 0$

Yellow $v_{y0} = 1.61, E = 0.3$

Orange $v_{y0} = 1.8, E = 0.63$

Dark orange $v_{y0} = 2, E = 1$

Trzy ciała



Objects:

— $v_{y0} = 0, m = 10$

— $v_{y0} = 2.2, m = 1$

— $v_{y0} = 5.4, m = 0.01$

Koniec